BILAN n°2 : LES SAVOIR-FAIRE SUR LA DERIVATION PARTIE 1

Nombre dérivé, équation de la tangente à la courbe, dériver une fonction….

Les techniques de dérivation sont fondamentales pour la terminale.

Il faut connaître le tableau des dérivées remarquables et les formules de dérivation.

Eh oui encore et toujours beaucoup de choses à apprendre par cœur.

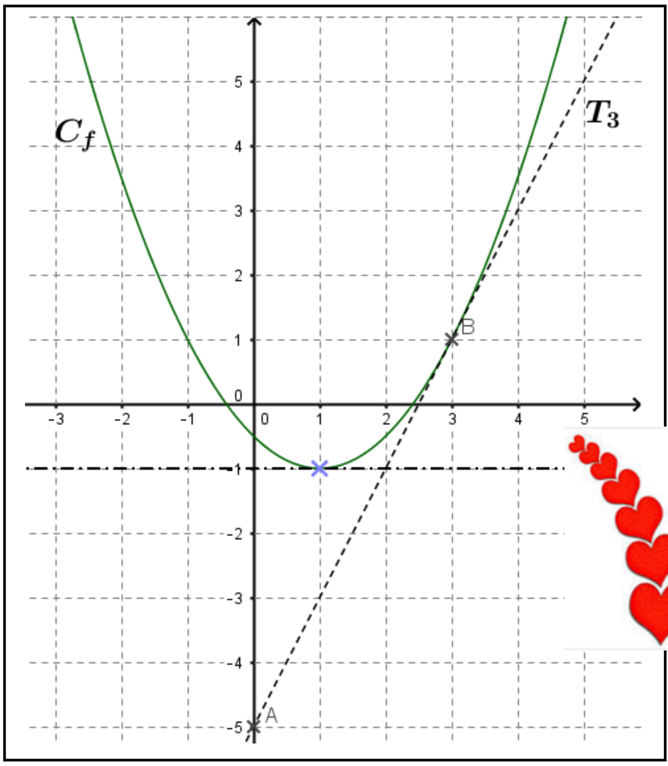
➢ Calculer le taux de variation pour déterminer le nombre dérivé

$$\boldsymbol{t(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} : taux\ de\ variation\ entre\ a\ et\ a + h\ avec\ h\ réel\ non\ nul}$$

Le nombre dérivé est noté $\boldsymbol{f'(a)}$, et on a : $\boldsymbol{f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$

➢ Savoir déterminer graphiquement le nombre dérivé : coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse a ainsi que l'équation de la tangente

➢ Savoir représenter la tangente à une courbe à un point d'abscisse donné lorsque l'on connaît son équation réduite



Exemple 1 :

① On détermine $f'(3)$: le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 3.

$$f'(3) = \frac{\boldsymbol{déplacement\ vertical}}{\boldsymbol{déplacement\ horizontal}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-6}{-3} = 2$$

On se déplace par exemple du point B au point A.

② On détermine l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3 :

Equation à connaître :

$\boxed{(T_3): \boldsymbol{y = f'(a)(x-a) + f(a)}}$ ici $a = 3$

$y = f'(3)(x-3) + f(3)$ $\quad f'(3) = 2$ et $f(3) = 1$

$y = 2(x-3) + 1$

$y = 2x - 6 + 1$

Donc $\boxed{(T_3): y = 2x - 5}$

③ $f'(1) = 0$ car la tangente à la courbe au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

BILAN n°2 : LES SAVOIR-FAIRE SUR LA DERIVATION PARTIE 1

➢ Connaître le tableau des dérivées

fonction f	fonction dérivée f'	ensemble de dérivabilité
$f(x) = k \quad (k \in \mathbb{R})$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]\,0\,;\,+\infty[$
$f(x) = ax + b, (a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R})$	$f'(x) = a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x} \quad (x \neq 0)$	$f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$

Cette fonction n'est pas dérivable en 0

<u>Exemple 2 :</u>

Déterminer la dérivée de la fonction $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 10$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5 \times \mathbf{3x^2} - 3 \times \mathbf{2x} + \mathbf{7} = 15x^2 - 6x + 7$

➢ Connaître la dérivée de la fonction $u \times v$, $\dfrac{1}{v}$, $\dfrac{u}{v}$ et $g(ax+b)$

- $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$ et $v \neq 0$ $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = \dfrac{-v'}{v^2}$ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$
- Si g est une fonction dérivable alors la fonction $f : x \longmapsto g(ax+b)$ est dérivable et : $f'(x) = a \times g'(ax+b)$ **(ce théorème sera admis)**

<u>Exemple 3 :</u>

Déterminer la dérivée de la fonction $g(x) = \dfrac{7x+3}{x+4}$ *pour tout* $x \in \mathbb{R} - \{-4\}$.

$g = \dfrac{u}{v}$ *avec* $u(x) = 7x + 3$ *et* $u'(x) = 7$

$v(x) = x + 4$ $\quad v'(x) = 1$

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-4\} \qquad g'(x) = \frac{7(x+4) - (7x+3) \times 1}{(x+4)^2} = \frac{7x + 28 - 7x - 3}{(x+4)^2} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{(x+4)^2}}$$

<u>Exemple 4 :</u>

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{3x-6}$ pour $x \geq 2$.
Ici la fonction $x \longmapsto ax + b$ est telle que : $a = 3$ et $b = -6$.

On note g la fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ définie sur $[0\,;\,+\infty[$. Alors pour tout $x \geq 2$, $f(x) = g(3x-6)$.

Pour tout $x > 2$, $f'(x) = a \times g'(ax+b) = 3 \times \dfrac{1}{2\sqrt{3x6}} = \dfrac{3}{2\sqrt{3x-6}}$ car $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.