BILAN n°3 : LES SAVOIR-FAIRE SUR LES PROBABILITES CONDITIONNELLES

➢ Connaître le vocabulaire des probabilités

- *Une probabilité*
- *Un événement*
- *Intersection $A \cap B$ (événement A et événement$B$ qui se réalisent en même temps)*
- *Réunion $A \cup B$ (événement A ou événement B)*

Pour tout événement A et B : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
Si A et B sont incompatibles ou disjoints ($A \cap B = \emptyset$), on a : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

➢ Savoir la formule des probabilités conditionnelles

Dans l'univers Ω d'une épreuve aléatoire, on considère un événement A tel que $p(A) \neq 0$.
La probabilité conditionnelle de B sachant A est le nombre :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

<u>*Exemple 1 :*</u>
12 % des élèves d'un lycée jouent d'un instrument de musique, 43 % pratiquent régulièrement un sport et 5 % jouent d'un instrument de musique et pratiquent régulièrement un sport.
On choisit au hasard un élève de ce lycée.
On considère les événements :

S : « l'élève pratique régulièrement un sport » et M : « l'élève joue d'un instrument de musique ».

1. Donner $P(S), P(M)$ et $P(M \cap S)$.
2. Calculer les valeurs décimales arrondies à 0,01 près de $P_S(M)$ et de $P_M(S)$; traduire par une phrase chacun des résultats obtenus.

……… et voilà enfin la solution !!!!

1. $\boldsymbol{P(S) = 0,43}$ (eh oui 43 % qui font du sport donc une probabilité de 0,43). De même $p(M) = 0{,}12$.
   $\boldsymbol{P(M \cap S) = 0,05}$ ($M \cap S$ correspond à l'événement il fait de la musique <u>**ET**</u> un sport)
2. $P_S(M) = \frac{P(S \cap M)}{P(S)} = \frac{0{,}05}{0{,}43} \approx 0{,}12$ (on oublie pas que $S \cap M$ signifie la même chose que $M \cap S$)
   Ce qui signifie que 12 % des élèves font de la musique sachant qu'ils pratiquent un sport.
   $P_M(S) = \frac{P(M \cap S)}{P(M)} = \frac{0{,}05}{0{,}12} \approx 0{,}42$

42 % des élèves pratiquent un sport sachant qu'ils font de la musique.

➢ Savoir calculer, avec une probabilité conditionnelle, la probabilité de l'intersection de deux événements en utilisant un arbre pondéré ou un tableau

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A) \qquad P(A) \neq 0 \quad \text{et} \quad P(B) \neq 0$$

<u>*Exemple 2 :*</u>
La population active d'une ville compte 15 % de chômeurs, dont 40 % ont moins de 25 ans.
On rencontre au hasard une personne de la population active de la ville.
On note :

C l'événement « la personne est au chômage » et M l'événement « la personne a moins de 25 ans ».

Calculer $P(C \cap M)$; traduire par une phrase le résultat obtenu. ***……… et voilà enfin la solution !!!!***

BILAN n°3 : LES SAVOIR-FAIRE SUR LES PROBABILITES CONDITIONNELLES


<u>Question :</u> Que connaît-on dans l'énoncé?????? …………. Il y a 15 % de chômeurs donc $P(C) = 0{,}15$.
L'énoncé dit également (il faut reformuler) parmi les chômeurs (sachant qu'il est chômeur) 40 % ont moins de 25 ans donc c'est une ***<u>probabilité conditionnelle</u>***. La condition est l'événement C.
On a donc $P_C(M) = 0{,}40$ alors : $P(C \cap M) = P(C) \times P_C(M) = 0{,}15 \times 0{,}40 = 0{,}06$
6 % des personnes sont des chômeurs de moins de 25 ans.

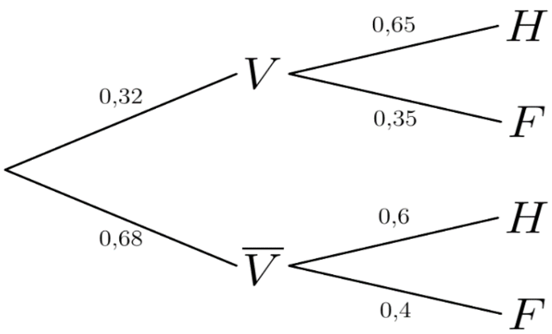
- **Savoir construire un arbre de probabilités ou un tableau et savoir calculer à l'aide de l'arbre des événements.**
- **Calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales**

$\boldsymbol{A_1, A_2, \dots, A_n}$ **forment une partition de Ω.** **La probabilité d'un événement quelconque B est donnée par la formule suivante :** $$\boldsymbol{P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_n)}$$

<u>Exemple 3 :</u> Une étude montre que, pour une région donnée, 32 % des infractions au Code de la route concernent un excès de vitesse, parmi lesquelles 65 % sont commises par des hommes.
En outre, 60 % des infractions ne concernant pas un excès de vitesse sont commises par des hommes.
On choisit au hasard une infraction constatée dans cette région.
On considère les événements suivants :

***V* : « l'infraction concerne un excès de vitesse » ;**
***H* : « l'infraction est commise par un homme » ;**
***F* : « l'infraction est commise par une femme ».**

1. On complète l'arbre pondéré de probabilités



<u>Quelques explications :</u>

- D'après l'énoncé : $\boldsymbol{P(V) = 0,32}$

<u>$\overline{V}$ est l'événement contraire de V</u>, c'est-à-dire les infractions autres que les excès de vitesse.

- $\boldsymbol{P(\overline{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,32 = 0,68}$
- $\boldsymbol{P_V(H) = 0,65}$ correspond à la probabilité d'être un homme sachant qu'il y a excès de vitesse.
  Donc $\boldsymbol{P_V(F) = 1 - 0,65 = 0,35}$
- $\boldsymbol{P_{\overline{V}}(H) = 0,6}$ correspond à la probabilité d'être un homme sachant qu'il n'y a pas excès de vitesse.

2. Calculer $P(H)$ et $P(F)$.

$$P(H) = \boldsymbol{P(V \cap H)} + P(\overline{V} \cap H)$$
$$P(H) = \boldsymbol{0,32 \times 0,65} + 0{,}68 \times 0{,}6 = \boldsymbol{0,208} + 0{,}408 = 0{,}616$$

61,6 % des infractions sont commises par des hommes.
Donc $P(F) = 1 - P(H) = 1 - 0{,}616 = 0{,}384$

3. Calculer la valeurs décimale arrondie à 0,01 près de $P_H(V)$.

$$P_{\boldsymbol{H}}(V) = \frac{P(H \cap V)}{P(\boldsymbol{H})} = \frac{0{,}208}{0{,}616} \approx 0{,}34$$

34 % d'hommes commettent des excès de vitesse.

- **Représenter une répétition de deux épreuves indépendantes par un arbre ou un tableau**

A et B sont des événements indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.