



Un arbre de probabilités, un tableau, des calculs, jeu favorable ou défavorable.. Encore des compétences utiles ...

- Déterminer la variable aléatoire dans un exercice et l'exploiter.
- Interpréter l'espérance comme la valeur moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions.
- Interpréter en situation et utiliser les notations $\{X = a\}, \{X < a\}, P(X = a), P(X < a)$

Exemple 1 :

Le président du club de football du GPS décide d'organiser une tombola.

Tous les billets, au nombre de 500, sont vendus. L'un des billets permet de gagner un lot d'une valeur de 620 €, 9 billets permettent chacun de gagner un lot d'une valeur de 70 €,

50 billets sont remboursés et les autres sont perdants.

Les billets sont vendus 5 €.

On appelle X la variable aléatoire associant à chaque billet la somme d'argent gagnée ou perdue.



1. Donner les différentes valeurs prises par X . ← Valeurs de la variable aléatoire

X prend les valeurs : -5; 0; 65 ; 615.

2. Déterminer la loi de probabilité de X . ← Déterminer les probabilités associées à chaque valeur de la variable aléatoire

Card (Ω) = 500 Il y a 440 billets perdants.

x_i	-5	0	65	615
$P(X = x_i)$	$\frac{440}{500}$	$\frac{50}{500}$	$\frac{9}{500}$	$\frac{1}{500}$

3. Calculer l'espérance mathématique de X . Interpréter le résultat. ← Valeur moyenne

$$E(X) = -5 \times \frac{440}{500} + 0 \times \frac{50}{500} + 65 \times \frac{9}{500} + 615 \times \frac{1}{500} = -2$$

Le jeu est défavorable au joueur, on peut « espérer » perdre, en moyenne 2 €.

➤ Représenter la répétition d'expériences identiques et indépendantes par un arbre pondéré

Exemple 2 : Star Lord doit encore combattre son ennemi juré Thanos. Il doit trouver les trois gemmes (en fait il y en a six, mais l'arbre aurait été trop grand !) avant que celui-ci les dépose sur son gant et entraîne la destruction de la moitié de la population de la Terre.

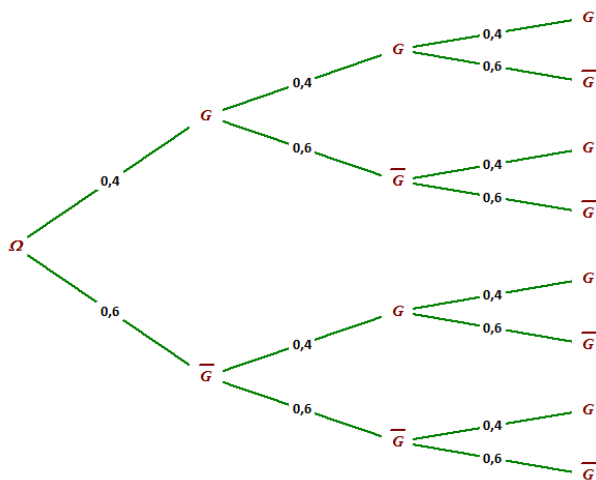
On considère G l'événement : « obtenir un gemme » avec une probabilité $p = 0,4$.

On construit l'arbre pondéré associé à la situation.

On note X la variable aléatoire correspondant aux nombres de gemmes obtenus par Star Lord.

X prend les valeurs : 0, 1, 2 ou 3.

On établit la loi de probabilité de X :



x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$0,6^3 = 0,216$	$3 \times 0,4 \times 0,6 \times 0,6 = 0,432$	$3 \times 0,6 \times 0,4 \times 0,4 = 0,288$	$0,4^3 = 0,064$

Ça va être dur Star Lord, appelle les Avengers

① Quelle est la probabilité que Star Lord récupère exactement les trois gemmes ?

Aïe, pas très élevée la proba !

$$P(X = 3) = 0,4 \times 0,4 \times 0,4 = 0,064$$



②

Quelle est la probabilité que Star Lord obtienne moins de trois gemmes ?

$$P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,216 + 0,432 + 0,288 = 0,936$$

$$\text{Ou } P(X < 3) = 1 - P(X = 3) = 1 - 0,064 = 0,936$$

④ Quelle est l'espérance de cette loi ?

Y a pas trop d'espoir



Je s'appelle Groot

$$E(X) = 0 \times 0,216 + 1 \times 0,432 + 2 \times 0,288 + 3 \times 0,064 = 1,2$$

Star Lord peut espérer obtenir un gemme en moyenne pour un grand nombre de répétitions de l'épreuve.

Ecart type :

$$\sigma(X) = \sqrt{E(X^2) - [E(X)]^2} = \sqrt{0^2 \times 0,216 + 1^2 \times 0,432 + 2^2 \times 0,288 + 3^2 \times 0,064 - 1,2^2} = \sqrt{0,72} \approx 0,8$$