BILAN n°8 : FONCTION EXPONENTIELLE

Nouvelle fonction découverte et très importante pour la Terminale

Pas mal de propriétés à connaître sur cette fonction dont on parle souvent lors d'une croissance importante, la fameuse croissance exponentielle !

L'année prochaine une nouvelle fonction va encore apparaître, c'est la fonction réciproque de la fonction exponentielle appelée fonction logarithme népérien.

➢ Connaître la définition de la fonction exponentielle et sa notation

- **La fonction exponentielle notée exp vérifie deux conditions :**

✓ $\mathbf{exp(0) = 1}$

✓ **pour tout réel x, $\exp'(x) = \exp(x)$**

- $\exp : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto e^x$$

- $e = \exp(1) \approx 2,718$

<u>Encore une petite blague mathématique :</u>

C'est Logarithme et Exponentielle sur un bateau. Tout à coup Logarithme est terrifié : « Attention, on dérive ! » et Exponentielle de répondre :« Je m'en fiche, ça ne change rien », puis Logarithme ajoute : « Moi, c'est l'inverse… » (vous comprendrez l'année prochaine  *)*

➢ Connaître les propriétés et les opérations

- $e^x > 0$ **pour tout réel x**
- $e^x \times e^y = e^{x+y}$ **pour tout réel x et y**
- $\dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ **pour tout réel x et y**
- $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ **pour tout réel x**
- $(e^x)^n = e^{nx}$ **pour tout réel x et pour tout entier n**
- **Soit $f(x) = e^{ax+b}$ alors pour tout réel x, $f'(x) = a \times e^{ax+b}$**

➢ Exponentielle et suite géométrique

Pour tout nombre réel a, la suite (e^{na}) est une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $q = e^a$.

➢ Résolution d'équation et d'inéquation

$$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$$
$$e^a \leq e^b \Leftrightarrow a \leq b$$

BILAN n°8 : FONCTION EXPONENTIELLE

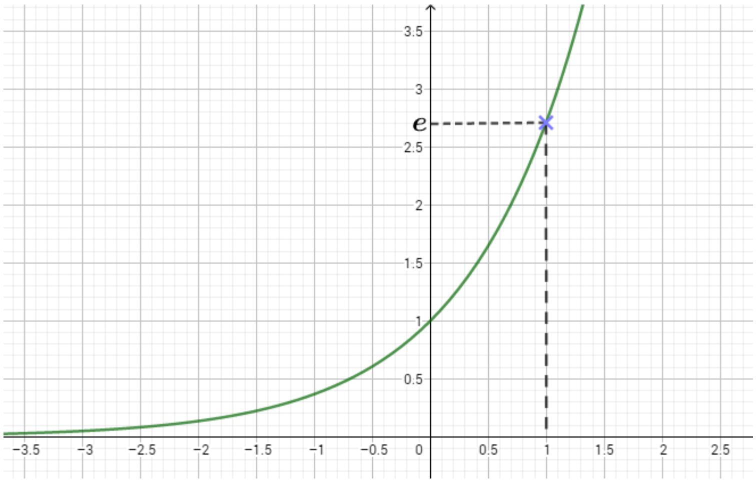
- **Sens de variation et représentation graphique**

Pour tout réel x, $e^x > 0$

Soit $f(x) = e^x$, alors pour tout réel x $f'(x) = e^x$

La fonction $x \mapsto e^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$signe\ de\ f'(x)$	$+$
$variation\ de\ f$	$\nearrow$

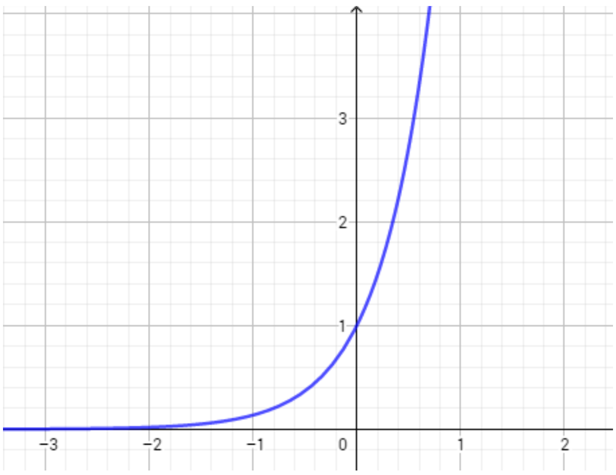


- **Représentation graphique des fonctions $f : t \longmapsto e^{kt}$ et $g : t \longmapsto e^{-kt}$, $t \in \mathbb{R}$, k réel strictement positif**

$$f'(t) = k \times e^{kt}$$

$k \times e^{kt} > 0$

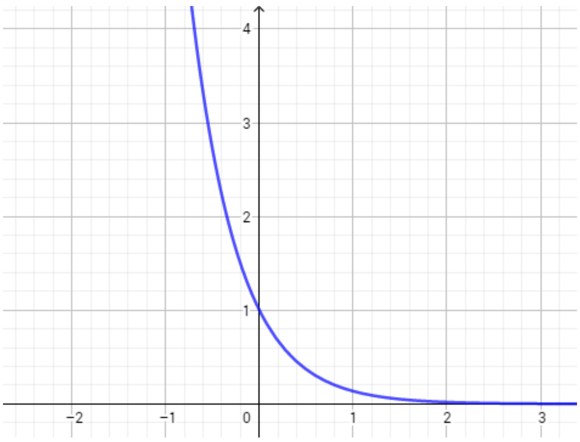
Donc f est croissante sur $\mathbb{R}$



$-k \times e^{kt} < 0$

Donc g est décroissante sur $\mathbb{R}$

$$g'(t) = -k \times e^{-kt}$$



- **Modéliser une situation par une croissance ou une décroissance exponentielle**

(voir exercices de fin de cours)